

Jan 17th, 12:00 AM

VR-Splines - Entwicklung eines Virtual Reality-Prototyps für den Mathematikunterricht

Sergey Krutikov

Universität Osnabrück, Osnabrück, Germany, sergey.krutikov@uni-osnabrueck.de

Enrico Kochon

Deutsches Forschungszentrum für Künstliche Intelligenz GmbH, Smart Enterprise Engineering, Osnabrück, Germany, enrico.kochon@dfki.de

Tobias Dreesbach

Deutsches Forschungszentrum für Künstliche Intelligenz GmbH, Smart Enterprise Engineering, Osnabrück, Germany, tobias.dreesbach@dfki.de

Anne Jungfleisch

Forschungsinstitut Bildung Digital, Universität des Saarlandes, Saarbrücken, Germany, anne.jungfleisch@fobid.org

Julia Knopf

Forschungsinstitut Bildung Digital, Universität des Saarlandes, Saarbrücken, Germany, julia.knopf@fobid.org

See next page for additional authors

Follow this and additional works at: <https://aisel.aisnet.org/wi2022>

Recommended Citation

Krutikov, Sergey; Kochon, Enrico; Dreesbach, Tobias; Jungfleisch, Anne; Knopf, Julia; and Thomas, Oliver, "VR-Splines - Entwicklung eines Virtual Reality-Prototyps für den Mathematikunterricht" (2022). *Wirtschaftsinformatik 2022 Proceedings*. 36.

https://aisel.aisnet.org/wi2022/prototype_track/prototype_track/36

This material is brought to you by the Wirtschaftsinformatik at AIS Electronic Library (AISeL). It has been accepted for inclusion in Wirtschaftsinformatik 2022 Proceedings by an authorized administrator of AIS Electronic Library (AISeL). For more information, please contact elibrary@aisnet.org.

Presenter Information

Sergey Krutikov, Enrico Kochon, Tobias Dreesbach, Anne Jungfleisch, Julia Knopf, and Oliver Thomas

VR-Splines – Entwicklung eines Virtual-Reality-Prototyps für den Mathematikunterricht

Sergey Krutikov¹, Enrico Kochon², Tobias Dreesbach², Anne Jungfleisch³,
Julia Knopf³ und Oliver Thomas^{1,2}

¹ Universität Osnabrück, Osnabrück, Germany

{sergey.krutikov,oliver.thomas}@uni-osnabrueck.de,

²Deutsches Forschungszentrum für Künstliche Intelligenz GmbH, Smart Enterprise
Engineering, Osnabrück, Germany

{enrico.kochon,tobias.dreesbach,oliver.thomas}@dfki.de

³ Forschungsinstitut Bildung Digital, Universität des Saarlandes, Saarbrücken, Germany
{anne.jungfleisch,julia.knopf}@fobid.org

Prototype Innovation

Abstract. Der Mathematikunterricht in Schulen verlangt von Lernenden, sich in abstrakte Probleme einzuarbeiten. Die Motivation und der Lernerfolg werden jedoch häufig davon gehemmt, dass viele mathematische Probleme nur schwierig zu veranschaulichen sind. Virtual-Reality-Anwendungen bieten eine Möglichkeit, die Lerninhalte räumlich und interaktiv darzustellen – sie sind bisher jedoch nur für wenige Lerninhalte verfügbar. In diesem Beitrag stellen wir einen Virtual-Reality-Prototyp für den Mathematikunterricht vor, der das grundlegende Wissen über Splines nicht nur räumlich und interaktiv, sondern auch spielerisch vermittelt. Für die Implementierung werden didaktische Anforderungen und Anforderungen an die Gestaltung der Virtual-Reality-Lernumgebung aufgestellt.

Keywords: Virtual Reality, Splines, Mathematikunterricht, Prototyp

1 Einleitung

Die Mathematik als Teil der Naturwissenschaften beinhaltet abstrakte Probleme, die im Unterricht häufig nur schwer mit realen Beispielen veranschaulicht werden können. Einer der besonders abstrakt dargestellten Lerninhalte sind Splines. Sie bestehen aus stückweise definierten, differenzierbaren Polynomen. Splines können sowohl zur Interpolation als zweidimensionale Kurve als auch im Raum zur Darstellung einer Fläche verwendet werden [1]. Um einen Lernerfolg für derart abstrakte Lerninhalte zu gewährleisten, müssen die Inhalte jedoch zunächst aus pädagogisch relevanten Blickwinkeln gesehen und verstanden werden [2]. Virtual-Reality (VR)-Anwendungen bieten bereits zahlreiche etablierte Anwendungsfälle in der Aus- und Weiterbildung [3-5] und sind auch im Mathematikunterricht potenziell ein geeignetes Medium, um die

theoretischen Lerninhalte pädagogisch aufbereitet zu veranschaulichen [6, 7]. Richtig umgesetzt, können VR-Anwendungen den Lernerfolg erhöhen [8, 9], indem sie unter anderem reflektiertes Denken unterstützen [10] und die Motivation der Lernenden erhöhen [11, 12]. Vor allem die hohe Immersion, die mögliche Interaktion mit den Lerninhalten und eine gute Vorstellungskraft sollten bei der Entwicklung einer VR-Lernanwendung in Bezug auf die konstruktive Lerntheorie berücksichtigt werden [7, 13]. Bei der konstruktiven Lerntheorie nehmen die Lernenden eine aktive Rolle im Lernvorgang ein und verknüpft eigene Handlungen mit Theorieinhalten, anstatt die Inhalte nur passiv aufzunehmen [14]. VR-Anwendungen liefern den Lernenden entsprechend kontextspezifische und realistische Erfahrungen. Insbesondere für den Mathematikunterricht ist diese freie und natürliche Interaktion mit virtuellen Objekten des jeweiligen Lernkontexts vorteilhaft [15]. Die Lerninhalte können dadurch schneller und mit einem erhöhten Lernerfolg aufgenommen werden [16]. Durch den in diesem Beitrag vorgestellten Prototyp für VR-Endgeräte möchten wir den Mathematikunterricht unterstützen, indem wir didaktische VR-Lerninhalte zu Splines erstellen und die folgende Forschungsfrage beantworten:

Wie kann eine VR-Lernanwendung für den Mathematikunterricht gestaltet werden, um Lernenden grundlegendes Wissen über Splines zu vermitteln?

In diesem Beitrag stellen wir im zweiten Kapitel zunächst verwandte VR-Lernanwendungen für den Mathematikunterricht vor. Im dritten Kapitel erläutern wir die Anforderungen an den Prototyp hinsichtlich des didaktischen Konzepts und der Gestaltung der VR-Lernumgebung. Im Anschluss präsentieren wir in dem vierten Kapitel den implementierten Prototyp. Hiernach schließen wir unseren Beitrag mit einer Zusammenfassung und einer Diskussion ab.

2 Stand der Technik

VR ist eine computergenerierte, virtuelle Welt, die durch die drei Charakteristika Immersion, Interaktion und Vorstellungskraft beschrieben wird [17]. Während Bildschirm-basierte Anwendungen primär die Vorstellungskraft für eine virtuelle Welt fördern, werden mit VR-Endgeräten zusätzlich immersive und interaktive Effekte erzielt [18]. [19] stellten einen VR-Prototyp für den Mathematik- und Geometrieunterricht vor, um dreidimensionale Formen besser zu veranschaulichen als auf einem zweidimensionalen Computermonitor. Geometrieaufgaben konnten von den Lernenden mit dem Prototyp schneller bearbeitet werden als mit Zettel und Stift. 2011 folgten Weiterentwicklungen dieses Prototyps ebenfalls für den Mathematik- und Geometrieunterricht, in denen Geometrieformen und komplexe Funktionen spielerisch von den Lernenden erstellt und begutachtet werden konnten [20]. In den folgenden Jahren wurden ähnliche Prototypen für weitere mathematische Lerninhalte entwickelt. Für die Grundschule wurden unterschiedliche Formen von Kurven und Objekten im dreidimensionalen Raum visualisiert [21]. In einer anderen VR-Lernanwendung mussten zur Verbesserung der räumlichen Vorstellungskraft dreidimensionale geometrische Formen modelliert, kombiniert, rotiert und platziert werden [22].

Weiterhin wurde es ermöglicht, die parametrisierten 3D-Funktionen in VR anzuzeigen und anhand der Funktionsvariablen zu modifizieren [23].

Hinsichtlich der Didaktik für das Lernen in immersiven Welten gab es in den vergangenen Jahrzehnten einen Paradigmenwechsel. Wo bislang vor allem behavioristische Lehr- und Lernmodelle ihren Platz fanden, treten nun konstruktivistische Ansätze, die den Lernenden in den Mittelpunkt des Geschehens rücken, in den Vordergrund [24]. In der konstruktivistischen Lerntheorie findet auch zunehmend das computerunterstützte kollaborative Lernen Anwendung, bei dem zwei oder mehr Lernende gemeinsam an Problemen oder Aufgaben in einer computergestützten Lernumgebung arbeiten. Dabei hat der Computer aber nicht zwangsläufig einen positiven Einfluss auf den Lernerfolg des Individuums, sondern die Art der Unterstützung ist ausschlaggebend für den Lernerfolg [25].

Das mathematische Konzept *Spline* ist schon über 70 Jahre bekannt und wurde als Hilfsmittel zur funktionalen Approximation von äquidistanten Daten entwickelt [26]. Splines werden als stückweise definierte Polynome verstanden, welche stetig aneinander anschließen und an diesen Stellen differenzierbar sind. Vereinfacht gesprochen, liefern Splines ästhetische ansprechende Kurven, die mit Hilfe von Kontrollpunkten, siehe Abb. 1, einfach verwendet werden können. Daher genießen Splines in Forschung und Praxis eine große Verbreitung [27, 28]. Auch wenn sie nur vereinzelt in Lehrplänen zu finden sind, bieten sie einen anschaulichen Anwendungsfall für Funktionen und Ableitungen. Aus diesem Grund sind Splines auch für Gymnasien, insbesondere jedoch für berufliche Gymnasien von Bedeutung [29].



Abbildung 1. Spline mit Kontrollpunkten

3 Anforderungserhebung an den Prototyp

3.1 Didaktische Anforderungen

Bereits im Grundschulalter begegnen Lernende dem Prinzip einer Funktion, dass Elemente einer Menge zu Elementen einer anderen Menge in Beziehung gesetzt werden. Wenn auf dem Gymnasium theoretische Grundlagen zu Splines eingeführt werden, erscheinen diese den Lernenden jedoch trotzdem oftmals zu komplex [30]. Ziel des Prototyps ist es deshalb, das Grundverständnis für Splines zu vermitteln und den Lernenden weitergehend Splines als mathematisches Hilfsmittel der Interpolation aufzuzeigen. Nach [31] ist es nicht die Technologie selbst, die die Lernergebnisse bestimmt, sondern die Umsetzung der Anwendung. Im Sinne des Konstruktivismus geschieht das am besten, indem Lernende sich das Wissen in einem aktiven Konstruktionsprozess aneignen. Hierbei spielt vor allem der spezifische Kontext, in dem die Lernenden sich das Wissen aneignen, eine wichtige Rolle. Um einen Lernerfolg zu gewährleisten, ist es dabei nicht notwendig, die Lernumgebung möglichst realistisch zu gestalten, sondern den Lerninhalt passend zum gewählten Szenario und

der konstruktiven Lerntheorie aufzubauen [7]. Des Weiteren wird der konstruktivistische Lernprozess durch computerunterstützte kollaborative Lernmethoden unterstützt [24]. Der Prototyp soll demnach so gestaltet werden, dass das Erreichen des Lernziels sowohl vom Individuum als auch von der Gruppe abhängt. Bedingen sich individuelle und kollaborative Lernziele, werden nicht nur das domänenspezifische Wissen, wie hier das Verständnis von Splines, vermittelt, sondern auch domänenübergreifende Fertigkeiten wie Schlüsselqualifikationen, soziale Kompetenzen oder Problemlösefähigkeiten entwickelt. Nehmen die Lernenden im Sinne der Ermöglichungsdidaktik, die auf dem Konstruktivismus aufsetzt, zudem die Initiatorrolle im Lernprozess ein, wird eine hohe intrinsische Motivation vorausgesetzt [25]. Um dies zu gewährleisten, muss der Prototyp nach der Selbstbestimmungstheorie [32] so gestaltet sein, dass er neben der sozialen Eingebundenheit der Lernenden, das Kompetenz- sowie das Autonomieerleben der Lernenden positiv beeinflusst, was durch die Verwendung von VR begünstigt wird. Keine oder einfache Bedienung von Controllern, beeinflussen das Autonomieerleben zudem positiv. Um auch das Kompetenzerleben möglichst hochzuhalten, sollte die Lernumgebung außerdem so konstruiert sein, dass den Lernenden differenzierte Lernhilfen wie virtuelle Lernpartner*innen, auditive/audiovisuelle Signale oder zusätzliche Erklärungen und Tipps bei Bedarf zur Verfügung stehen [25]. Im Sinne der Mathematikdidaktik sollten diese Lernhilfen verschiedene Lerntypen und Denkmuster ansprechen. Beispielsweise kann an dieser Stelle die Gegenüberstellung von prädikativem und funktionalem Denken genannt werden [33].

3.2 Anforderungen an die Gestaltung der VR-Lernumgebung

Eine räumliche Darstellung abstrakter Phänomene, wie Splines, unterstreicht die Bedeutung der Daten und bietet qualitative Einblicke [34]. Das Ziel des Beitrags ist es daher, einen VR-Prototyp zu entwickeln, der die Funktionsweise von Splines räumlich darstellt und die Zusammenhänge zwischen der räumlichen Änderung des Splines und der allgemeinen Formel herstellt. In der Literatur sind bereits Gestaltungsrichtlinien von VR-Anwendungen im Lernkontext zu finden. Demnach sollte es zu Beginn einer Lernanwendung eindeutige Instruktionen geben, damit die Lernenden die Situation und die zu lösende Aufgabe erfassen [35]. Die Menüführung innerhalb der Anwendung sollte klar und verständlich sein, eine Simulator-Übelkeit sollte außerdem verhindert werden [11]. Um die Anforderungen der konstruktiven Lerntheorie zu erfüllen, sollte intuitiv mit den VR-Objekten interagiert werden können und der Nutzen der Anwendung für die Lernenden transparent sein [7]. Individuelle Nutzercharakteristiken wie Technologieaffinität und Lernstand sollten berücksichtigt werden [11]. Bringen die Lernenden beispielsweise von sich aus keine hohe Selbstsicherheit im Umgang mit der Technologie mit, sollte dies auch bei der Instruktion berücksichtigt werden [7]. Die Anwendung sollte weiterhin eine soziale Funktion beinhalten [35]. Aus didaktischer Sicht ist es dabei besser, Fehler während der Nutzung der Anwendung zu ermöglichen und audiovisuell auf sie hinzuweisen, als fehlerhafte Zustände vollständig auszuschließen [35].

4 Implementierung des Prototyps

Die Aufgabe, die mit dem implementierten Prototyp bewältigt werden soll, basiert auf folgender, von der Lehrperson mündlich erteilten Einführung:

*In der Oberstufe stehen Praxisprojekte an. Da erst kürzlich der Strömungswiderstand von Elektroautos behandelt wurde, möchte eine kleine Gruppe aus Mathematikschüler*innen das Projekt nutzen, um nun den Strömungswiderstand eines realen Fahrzeugs zu reduzieren. Als Fahrzeug nutzen sie dafür eine Seifenkiste, die sie mit dem Schulteam vor einigen Jahren für das jährliche Seifenkistenrennen in der Stadt gebaut haben und mit der sie den dritten Platz einfahren konnten. Um dieses Ergebnis bei nächsten Mal zu verbessern, bietet sich an, die Form des Fahrzeugs zu optimieren. Die Idee lautet: Wenn Luftwirbel durch Kanten vermieden werden, ist die Seifenkiste schneller. Um eine gute Stromlinie zu erhalten, werden Splines verwendet.*

Bei der Anwendung des Prototyps beugen sowohl das Rotations- und Positionstracking mit sechs Freiheitsgraden in der virtuellen Lernumgebung als auch eine konstante und hohe Framerate Übelkeit vor [36, 37]. Um Schwindelgefühl durch eine Diskrepanz zwischen Seh- und Gleichgewichtssinn zu vermeiden, wird keine virtuelle Fortbewegung (Locomotion) zugelassen [38]. Ein statisches Modell einer Seifenkiste im Klassenraum trägt zum Erlebbarmachen des gewählten Szenarios bei. Um zu Beginn der Anwendung eine einfache Orientierung zu fördern, können die Lernenden jederzeit die Aufgabenstellung und weitere Hinweise selbstständig lesen bzw. hören (vgl. Kapitel 3.2). Eine weitere Unterstützung zur Bewältigung der Aufgabe erhalten die Lernenden von einem virtuellen Avatar einer Lehrerin, die mit klaren Anweisungen konkrete Impulse vorgibt und damit insbesondere im Fehlerfall zur Orientierung beiträgt. Die Lernenden werden im Sinne der konstruktivistischen Lerntheorie (vgl. Kapitel 3.1) motiviert, eine Lösung durch Probieren zu finden.

Auf dem Tisch vor den Lernenden wird ein aus zwei Teilfunktionen bestehender Spline simuliert. Dieser ist unmittelbar und intuitiv an den Kontrollpunkten manipulierbar, so dass eine Veränderung durch die Lernenden ein direktes Feedback in Form einer veränderten Kurve hervorruft. Darüber hinaus ist, gemäß den didaktischen Anforderungen, der Freiheitsgrad zur Gestaltung der Kurve so hoch, dass keine Einschränkung hinsichtlich der Steigung und Krümmung beim Zwischenpunkt der beiden Kurven vorgegeben wird. Wenn die Teilkurven nicht glatt aneinander anschließen, kann durch die Lernenden hier das Grundverständnis für Splines erfahren werden, indem sie den audiovisuell hervorgehobenen Fehler korrigieren. Das Konzept von Splines ist somit intuitiv greifbar und durch die Ansprache der zwar virtuellen, aber dennoch haptischen Sensorik auch leichter begreifbar. Sobald die Lernenden sich mit dem Spline vertraut gemacht und es inklusive Fehlerkorrektur ihrem Wunschdesign angepasst haben, gilt die Aufgabe als gelöst. Der Prototyp wurde mit der Entwicklungsumgebung Unreal Engine für die VR-Brille Oculus Quest zum Einsatz in der Oberstufe entwickelt.

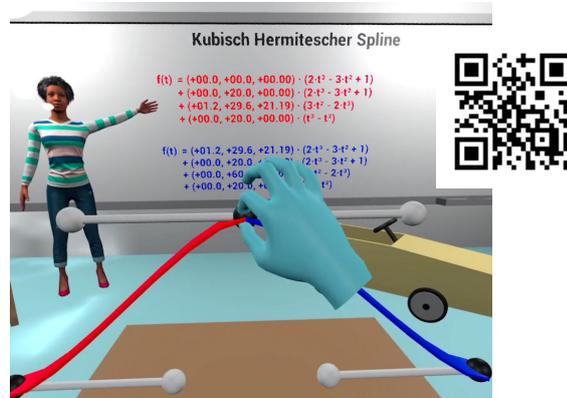


Abbildung 2. Screenshot des Prototyps¹ mit QR-Link zum Demonstrationsvideo²

5 Diskussion und Zusammenfassung

In diesem Beitrag wird die Gestaltung einer VR-Lernanwendung für den Mathematikunterricht vorgestellt, um Lernenden grundlegendes Wissen über Splines zu vermitteln. Mit der Anwendung wird ein tieferes Verständnis für VR im Lernkontext geschaffen. Der Beitrag zeigt mit der Verwendung von VR einen neuen und didaktisch gestützten Weg bei der Vermittlung von anspruchsvollem Lernmaterial auf. Zukünftig ist es geplant, Elemente aus diesem Prototyp in aktuelle Forschungsprojekte zu übernehmen und eine Untersuchung auf Lernerfolg durchzuführen.

Zur Verbesserung des Prototyps sollte die Bediengenauigkeit z.B. mit einer Vergrößerung des Splines erhöht werden. Weitere Verbesserungsideen betreffen die Dynamisierung des bisher statischen Seifenkistenmodells. Wenn die Gestaltung der Kurve das Modell tatsächlich ändert, könnte intrinsische Motivation hervorgerufen werden. Diese könnte zusätzlich extrinsisch verstärkt werden, wenn durch eine Fahr- und Windwiderstandssimulation Punkte vergeben werden, wodurch die Lernenden in einem virtuellen Wettbewerb ständen. Dieser Wettbewerb könnte zusätzlich noch durch einen kollaborativen Ansatz ergänzt werden, bei dem mehrere Teams aus Lernenden an jeweils einer Seifenkiste in einem gemeinsamen Klassenraum arbeiten. Dies kann mit Hilfe von VR noch weiter forciert werden, indem die virtuelle Umgebung einen Windkanal darstellt. In diesem kann das Strömungsverhalten plausibel visualisiert werden. Auch Distanzlernen ist mit dem Prototyp vorstellbar, vgl. [39]. Zukünftig sollte auf fachdidaktischer Ebene geprüft werden, wie der Prototyp im Gesamtkonzept des Mathematikunterrichts eingebettet werden kann. Weiterhin sollte die Übertragbarkeit auf andere Bereiche, sowohl innerhalb des Mathematikunterrichts als auch auf andere Fächer individuell geprüft werden.

¹ Lizenzen: Schulumgebung: Unity asset -

<https://assetstore.unity.com/packages/3d/environments/school-assets-146253>

Lehrerin, Schulumgebung: Elizabeth und Aj von Mixamo <https://www.mixamo.com>

² Alternativ: <https://bit.ly/3mD1X7o>

Referenzen

1. Schwarz, H.R., Köckler, N.: Interpolation und Approximation. In: Numerische Mathematik. pp. 91–182. Vieweg+Teubner Verlag, Wiesbaden (2011)
2. Winter, H.: Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. Mitteilungen der Gesellschaft für Didakt. der Math. 21, 37–46 (1995)
3. Freina, L., Ott, M.: A literature review on immersive virtual reality in education: State of the art and perspectives. Proc. eLearning Softw. Educ. (eLSE), Bucharest, Rom. April 23-24, 2015. 8 (2015)
4. Nersesian, E., Spryszynski, A., Lee, M.J.: Integration of Virtual Reality in Secondary STEM Education. 2019 9th IEEE Integr. STEM Educ. Conf. ISEC 2019. 83–90 (2019).
5. Metzger, D., Niemöller, C., Wingert, B., Schultze, T., Bues, M., Thomas, O.: How Machines are Serviced - Design of a Virtual Reality-based Training System for Technical Customer Services. Wirtschaftsinformatik. 604–618 (2017)
6. Pantelidis, V.S.: Reasons to Use Virtual Reality in Education and Training Courses and a Model to Determine When to Use Virtual Reality. Themes Sci. Technol. Educ. 2, 59–70 (2010)
7. Huang, H.M., Liaw, S.S.: An analysis of learners' intentions toward virtual reality learning based on constructivist and technology acceptance approaches. Int. Rev. Res. Open Distance Learn. 19, 91–115 (2018)
8. Hamilton, D., McKechnie, J., Edgerton, E., Wilson, C.: Immersive virtual reality as a pedagogical tool in education: a systematic literature review of quantitative learning outcomes and experimental design. Springer Berlin Heidelberg (2021)
9. Pellas, N., Dengel, A., Christopoulos, A.: A Scoping Review of Immersive Virtual Reality in STEM Education. IEEE Trans. Learn. Technol. 13, 748–761 (2020)
10. Zhang, X., Jiang, S., Ordóñez de Pablos, P., Lytras, M.D., Sun, Y.: How virtual reality affects perceived learning effectiveness: a task–technology fit perspective. Behav. Inf. Technol. 36, 548–556 (2017)
11. Salzman, M.C., Dede, C., Loftin, R.B., Chen, J.: A model for understanding how virtual reality aids complex conceptual learning. Presence Teleoperators Virtual Environ. 8, 293–316 (1999)
12. Hsu, Y.C.: Exploring the learning motivation and effectiveness of applying virtual reality to high school mathematics. Univers. J. Educ. Res. 8, 438–444 (2020)
13. Huang, H.M., Rauch, U., Liaw, S.S.: Investigating learners' attitudes toward virtual reality learning environments: Based on a constructivist approach. Comput. Educ. 55, 1171–1182 (2010)
14. Siebert, H.: Konstruktivismus: Konsequenzen für Bildungsmanagement und Seminargestaltung. (1998)
15. Bricken, M., Winn, W.: Designing Virtual Worlds for Use in Mathematics Education: The Example of Experiential Algebra. Educ. Technol. 32, 12–18

- (1993)
16. Winn, W.: A conceptual basis for educational applications of virtual reality. Tech. Publ. R-93-9, Hum. Interface Technol. Lab. Washingt. Technol. Center, Seattle Univ. Washingt. (1993)
 17. Burdea, G.C., Langrana, N.A.: Virtual force feedback: Lessons, challenges, future applications. In: *Advances in Robotics - 1992*. pp. 41–47. Publ by ASME (1992)
 18. Lee, E.A.-L., Wong, K.W.: A Review of Using Virtual Reality for Learning. In: Pan, Z., Cheok, A.D., Müller, W., and El Rhalibi, A. (eds.) *Transactions on Edutainment I*. pp. 231–241. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg (2008)
 19. Kaufmann, H., Schmalstieg, D., Wagner, M.: Construct3D: A virtual reality application for mathematics and geometry education. *Educ. Inf. Technol.* 5, 263–276 (2000)
 20. Kaufmann, H.: Virtual Environments for Mathematics and Geometry Education. *Themes Sci. Technol. Educ.* 131–152 (2011)
 21. Liu, R., Liu, C., Ren, Y.: A Virtual Reality Application for Primary School Mathematics Class. Proc. - 2018 Int. Symp. Educ. Technol. ISET 2018. 138–141 (2018)
 22. Host'ovecky, M., Huraj, L., Pribilova, K.: Virtual reality in mathematics: Design of the serious game improves spatial imagination performance. *ICETA 2019 - 17th IEEE Int. Conf. Emerg. eLearning Technol. Appl. Proc.* 239–244 (2019)
 23. Takac, M.: Application of Web-based Immersive Virtual Reality in Mathematics Education. Proc. 2020 21st Int. Carpathian Control Conf. ICC 2020. (2020)
 24. Geugis, M., Fell, T.: *Lernen in immersiven Welten*. Bitkom e. V., Berlin (2020)
 25. Vogel, F., Fischer, F.: Computerunterstütztes kollaboratives Lernen. *Handb. Bild. Konzeption und Einsatz Digit. Lernumgebungen*. 57–80 (2020)
 26. Schoenberg, I.J.: Contributions to the problem of approximation of equidistant data by analytic functions. Part B. On the problem of osculatory interpolation. A second class of analytic approximation formulae. *Q. Appl. Math.* 4, 112–141 (1946)
 27. Boor, C. de: *A Practical Guide to Splines*. Springer US, New York (1978)
 28. Piegl, L.: On NURBS: A Survey. *IEEE Comput. Graph. Appl.* 11, 55–71 (1991)
 29. Göckel, D., Graeßmann, A., Krüger, U.-H., Hoheisel, R., Meyer, J., Meyer, S., Sperlich, T., Stenten-Langenbach, H.-D., Wilms, C.: *Mathematik: Kerncurriculum für das Gymnasium – gymnasiale Oberstufe die Gesamtschule – gymnasiale Oberstufe das Berufliche Gymnasium das Abendgymnasium das Kolleg*. Niedersächsischen Kultusministerium, Hannover (2018)
 30. Engel, J.: Funktionen, Daten und Modelle: Vernetzende Zugänge zu zentralen Themen der (Schul-)Mathematik. *J. für Math.* 37, 107–139 (2016)
 31. Webster, J., Hackley, P.: Teaching Effectiveness in Technology-Mediated Distance Learning. *Acad. Manag. J.* 40, 1282–1309 (1997)
 32. Ryan, R.M., Deci, E.L.: Intrinsic and Extrinsic Motivations: Classic Definitions

- and New Directions. *Contemp. Educ. Psychol.* 25, 54–67 (2000)
33. Schwank, I., Armbrust, S., Libertus, M.: Prädikative versus funktionale Denkvorgänge beim Konstruieren von Algorithmen. *ZDM.* 35, 79–85 (2003)
 34. Erickson, T.: Chapter 1 - Artificial Realities as Data Visualization Environments: Problems and Prospects. In: WEXELBLAT, A. (ed.) *Virtual Reality.* pp. 3–22. Academic Press (1993)
 35. Lei, X., Zhang, A., Wang, B., Rau, P.L.P.: Can virtual reality help children learn mathematics better? The application of vr headset in children’s discipline education. *Lect. Notes Comput. Sci. (including Subser. Lect. Notes Artif. Intell. Lect. Notes Bioinformatics).* 10912 LNCS, 60–69 (2018)
 36. Llorach, G., Evans, A., Blat, J.: Simulator Sickness and Presence Using HMDs: Comparing Use of a Game Controller and a Position Estimation System. In: *Proceedings of the 20th ACM Symposium on Virtual Reality Software and Technology.* pp. 137–140. Association for Computing Machinery, New York, NY, USA (2014)
 37. Davis, S., Nesbitt, K., Nalivaiko, E.: A Systematic Review of Cybersickness. In: *Proceedings of the 2014 Conference on Interactive Entertainment.* pp. 1–9. Association for Computing Machinery, New York, NY, USA (2014)
 38. LaViola, J.J.: A Discussion of Cybersickness in Virtual Environments. *SIGCHI Bull.* 32, 47–56 (2000)
 39. Gösling, H., Dreesbach, T., Schulte to Brinke, J., Thomas, O.: Smart Cooperative Distance Learning: Ein multiagentenbasierter Ansatz zur Unterstützung des kooperativen Lernens im Distanzunterricht. *HMD Prax. der Wirtschaftsinformatik.* 870–883 (2021)